

# Devoir de rentrée

Ce devoir, qui devra être rendu le jour même de la rentrée, le mardi 03/09/2019, a pour buts :

- de revoir des notions mathématiques et des techniques de calcul fondamentales sur lesquelles reposent toute science rigoureuse, dite “dure”.
- de (re ?)découvrir le lien très fort entre les équations mathématiques et les équations physiques ou chimiques.
- de comprendre à quel point la **précision du vocabulaire** est importante.

Comme pour tout devoir, vous apporterez le plus grand soin à l’orthographe et à la présentation de la copie.

N’attendez pas le lundi 2 septembre pour commencer ! Pour que ce travail soit profitable, il est conseillé d’en faire un peu tous les jours.

## A. Vocabulaire

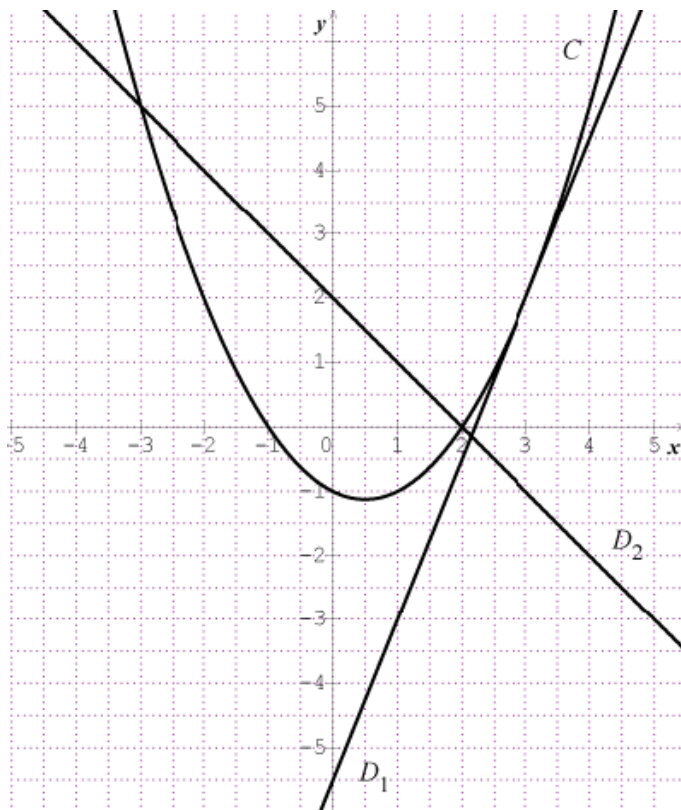
1. Dans l’expression  $f(x) = x^2$ , comment appelle-t-on  $f$ ,  $x$ ,  $f(x)$  ?
2. Quelle est la différence entre une primitive et une intégrale ?
3. Quelle est la différence entre l’opposé et l’inverse d’un nombre réel ? Existent-ils toujours ?
4. Quelle est la différence entre la norme d’un vecteur et sa valeur algébrique ?
5. Quelle est la différence entre un cercle et un disque ?
6. Quelle est la différence entre une variable, une inconnue et un paramètre ?
7. Quelle est la différence entre une mesure et un calcul (en sciences expérimentales) ?
8. Quelle est la différence entre une dilution et une dissolution ?
9. Quelle est la différence entre une quantité de matière et une concentration molaire ?
10. Quelle est la différence entre un atome, une molécule et un ion ?
11. Quelle est la différence entre une cétone et un aldéhyde ?
12. Rappeler la définition du rendement d’une synthèse en chimie.
13. Rappeler les unités dérivées du système international associées aux paramètres physiques : vitesse, force, énergie et puissance.
14. Quelle est la différence entre le poids et la masse d’un objet ?
15. Quelle est la différence entre kilo et kilogramme ?

Et pour conclure cette belle série...

16. **Quelle est la différence entre un examen et un concours ?**

## B. Analyse : Lecture graphique

Le graphe suivant représente la courbe  $C$  représentative de la fonction  $f$  et deux droites  $D_1$  et  $D_2$ . Les réponses aux questions de cette partie se feront par lecture graphique.



1. Déterminer l'équation de la droite  $D_2$ .
2. Déterminer le ou les antécédents de 2 par  $f$ .
3. Déterminer l'image de 2 par  $f$ .
4. Déterminer la ou les solutions de l'équation  $f(x) = 0$ .
5. Que représente la droite  $D_1$  pour  $C$  ?
6. Déterminer la valeur de  $f'(3)$ .
7. Résoudre l'équation  $f'(x) = 0$ .

## C. Géométrie :

Dans un plan muni d'un repère orthonormal, on considère deux points A et B, de coordonnées respectives  $(-1,6)$  et  $(4,2)$ .

1. Déterminer l'équation de la droite du plan qui passe par les points A et B.
2. Calculer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .
3. Calculer la norme du vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .
4. Déterminer l'équation de la droite  $(\Delta)$  passant par le point A et perpendiculaire à  $(AB)$ .
5. Déterminer l'équation de la droite passant par l'origine du repère et parallèle à  $(AB)$ .

## D. Analyse : Tracé de l'allure de courbes

Représenter l'allure des graphes des fonctions suivantes **en précisant les coordonnées du ou des points particuliers**.

**N.B. :** Cette partie est longue mais très formatrice à condition de s'y investir à fond !

1. a)  $x \mapsto f(x) = ax + b$ , avec  $a$  et  $b$  deux paramètres réels strictement positifs.  
b)  $u \mapsto i(u) = \eta - gu$ , avec  $\eta$  et  $g$  deux paramètres physiques strictement positifs.
2. a)  $x \mapsto f(x) = ax^2 + b$ , avec  $a$  et  $b$  deux paramètres réels strictement positifs.  
b)  $x \mapsto z(x) = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x$  sur  $\mathbb{R}^+$ , avec  $g$  et  $v_0$  deux paramètres physiques strictement positifs et  $\alpha$  un angle compris entre 0 et  $\frac{\pi}{2}$  strictement.

3.  $x \mapsto f(x) = \sqrt{x}$
4.  $x \mapsto f(x) = \ln x$
5. a)  $x \mapsto f(x) = \exp(x)$   
 b)  $t \mapsto i(t) = I_m \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$  sur  $\mathbb{R}^+$ , avec  $I_m$  et  $\tau$  deux paramètres strictement positifs.
6. a)  $x \mapsto f(x) = \frac{1}{x}$   
 b)  $i \mapsto u(i) = \frac{P_{max}}{i}$ , avec  $P_{max}$  un paramètre physique strictement positif.
7. a)  $x \mapsto f(x) = \cos x$   
 b)  $\theta \mapsto f(\theta) = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$   
 c)  $t \mapsto e(t) = E_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{3}\right)$ , avec  $E_m$  et  $T$  deux paramètres physiques strictement positifs.

## E. Techniques de calcul :

1. Développer et réduire :  $A = (x - 3)(x + 3)(x - 4)$  ;  $B = (2t + 4)^2 + (t - 3)^2$
2. Factoriser :  $C = 1 + 3x - (2 + x)(2 + 6x)$  ;  $D = 9u^2 - 16$
3. Simplifier (sans calculatrice : on laissera apparents les calculs intermédiaires) :

$$E = \frac{1512}{2016} ; F = \frac{5 - 10x}{1 - 4x^2} ; G = \frac{\frac{9x - 3}{2x + 10}}{x^2 - 25}$$

$$H = \sqrt{\frac{20 \times 200}{90 \cdot 10^6}} ; I = \left(\frac{4 \cdot 10^6 \times (2 \cdot 10^{-2})^4}{10^4}\right)^{\frac{1}{3}}$$

## F. Résolution d'équations :

1.  $ax + b = 0$  d'inconnue réelle  $x$  avec  $a$  un réel non nul et  $b$  un réel quelconque.
2.  $x^2 = a$  d'inconnue réelle  $x$  avec  $a$  un réel strictement positif.
3.  $2x^2 - x = 0$  d'inconnue réelle  $x$ .
4.  $t^2 - 6t + 9 = 0$  d'inconnue réelle  $t$ .
5.  $8x + 4x^2 - 5 = 0$  d'inconnue réelle  $x$ .
6.  $z^2 + z + 1 = 0$  d'inconnue complexe  $z$ .
7.  $z^2 + \omega^2 = 0$  d'inconnue complexe  $z$  avec  $\omega$  un paramètre physique strictement positif.
8.  $x + \sqrt{x} - 1 = 0$  d'inconnue réelle positive  $x$ .
9.  $\ln(2x + 1) - \ln(x) = \ln(3)$  d'inconnue réelle strictement positive  $x$ .
10.  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$  d'inconnue réelle strictement positive  $R$  avec  $R_1$  et  $R_2$  deux paramètres physiques non nuls.

G. Résolution de systèmes d'équations :

1.  $\begin{cases} -2 i_1 + 3 i_2 = 5 \eta \\ i_1 + 2 i_2 = \eta \end{cases}$ , d'inconnues  $i_1$  et  $i_2$ , et de paramètre physique  $\eta$ .
2.  $\begin{cases} W + Q_1 - Q_2 = 0 \\ S_c + \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0 \\ K = \frac{Q_2}{Q_1} \end{cases}$ , d'inconnues  $Q_1$ ,  $Q_2$  et  $S_c$ , et de paramètres physiques  $W$ ,  $K$ ,  $T_1$  et  $T_2$ . On précise que  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $T_1$  et  $T_2$  sont non nuls et que  $K \neq 1$ .

H. Dérivation :

Dériver les fonctions suivantes. On laissera apparents les calculs intermédiaires. Pour chaque fonction, préciser l'intervalle de définition puis l'intervalle de dérivabilité.

1.  $f : x \mapsto 4x^3 - x^2 + 15$
2.  $g : x \mapsto e^x$
3.  $h : u \mapsto \sqrt{u}$
4.  $M : t \mapsto \cos t$
5.  $\rho : \theta \mapsto \sin \theta$
6.  $\varphi : y \mapsto \frac{1}{y}$
7.  $\psi : \tau \mapsto e^{4\tau^3 - \tau^2 + 15}$
8.  $\Phi : \sigma \mapsto \frac{2\sigma + 1}{\sigma - 3}$

I. Expressions de Volumes / Aires / Périmètres :

1. Rappeler l'expression de l'aire d'un triangle quelconque en fonction d'une hauteur  $h$  et de sa base  $B$  associée, après les avoir définies. Justifier simplement à l'aide d'un schéma.
2. Rappeler l'expression du périmètre  $\mathcal{P}$  d'un cercle en fonction de son rayon  $R$ , puis en fonction de son diamètre  $D$ .
3. Rappeler l'expression de l'aire  $\mathcal{A}$  d'un disque en fonction de son rayon  $R$ , puis en fonction de son diamètre  $D$ .
4. Rappeler l'expression de la surface  $\Sigma$  d'une sphère en fonction de son rayon  $R$ , puis en fonction de son diamètre  $D$ .
5. Rappeler l'expression du volume  $\mathcal{V}$  d'une boule en fonction de son rayon  $R$ , puis en fonction de son diamètre  $D$ .

J. Conversions, à l'aide des puissances de 10 (tableaux de conversions interdits) :

1. 1 nm en cm
2. 1 cm<sup>2</sup> en m<sup>2</sup>
3. 1 mL en cm<sup>3</sup>
4. 1 MJ en  $\mu$ J
5. 1 pg en kg
6. 1 m.s<sup>-1</sup> en km.h<sup>-1</sup>
7. 1 mS.cm<sup>-1</sup> en S.m<sup>-1</sup>
8. 1 t.m<sup>-3</sup> en g.cm<sup>-3</sup>
9. 6 J.min<sup>-1</sup>.mm<sup>-2</sup> en W.m<sup>-2</sup>
10. 1 q.ha<sup>-1</sup> en g.cm<sup>-2</sup> (q = quintal ; ha = hectare)