

Devoir de rentrée

Ce devoir, qui devra être rendu le jour même de la rentrée, le mardi 04/09/2018, a pour buts :

- de revoir des notions mathématiques et des techniques de calcul fondamentales sur lesquelles reposent toute science rigoureuse, dite “dure”.
- de (re)découvrir le lien très fort entre les équations mathématiques et les équations physiques ou chimiques.
- de comprendre à quel point la **précision du vocabulaire** est importante.

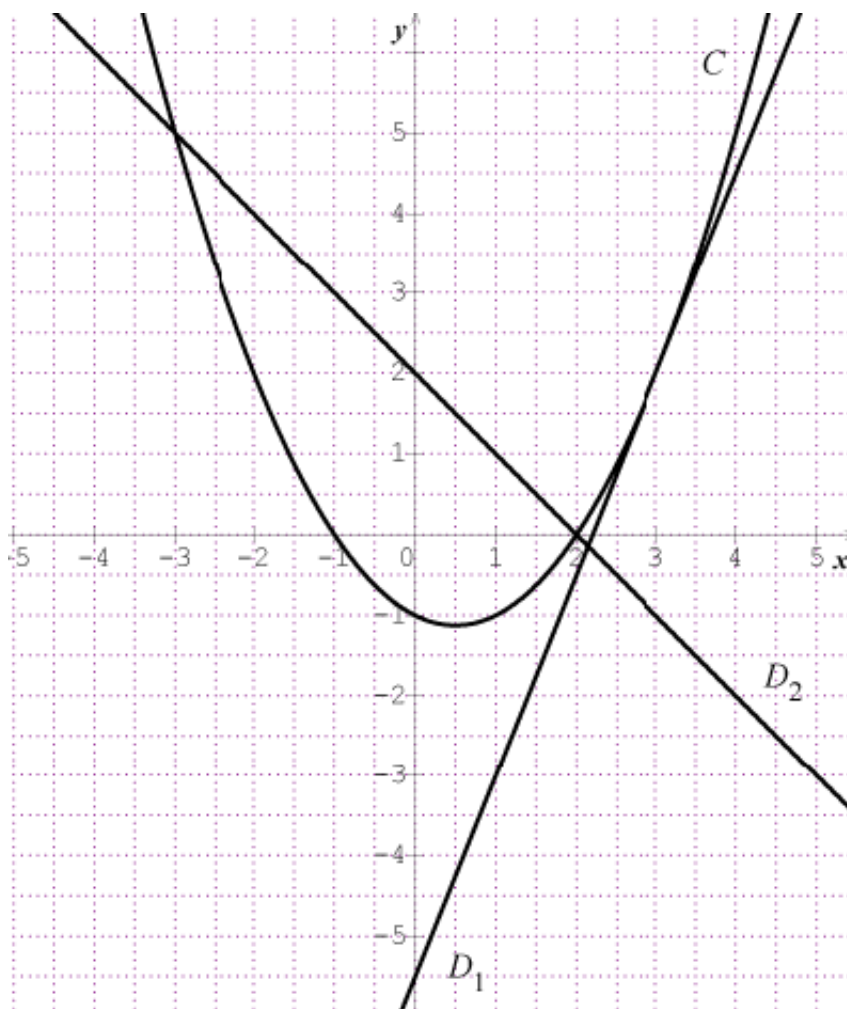
A. Vocabulaire

1. Dans l'expression $f(x) = x^2$, comment appelle-t-on f , x , $f(x)$?
2. Quelle est la différence entre une primitive et une intégrale ?
3. Quelle est la différence entre l'opposé et l'inverse d'un nombre ?
4. Quelle est la différence entre la norme d'un vecteur et sa valeur algébrique ?
5. Quelle est la différence entre un cercle et un disque ?
6. Quelle est la différence entre une variable, une inconnue et un paramètre ?
7. Quelle est la différence entre une mesure et un calcul (en sciences expérimentales) ?
8. Quelle est la différence entre une dilution et une dissolution ?
9. Quelle est la différence entre une quantité de matière et une concentration molaire ?
10. Quelle est la différence entre un atome, une molécule et un ion ?
11. Quelle est la différence entre une cétone et un aldéhyde ?
12. Rappeler la définition du rendement d'une réaction chimique.
13. Rappeler les unités dérivées du système international associées aux paramètres physiques : vitesse, force, énergie et puissance.
14. Quelle est la différence entre le poids et la masse d'un élève ?
15. Quelle est la différence entre kilo et kilogramme ?
16. Quelle est la différence entre un degré et un degré Celsius ?
17. Quelle est la différence entre un milieu transparent et un milieu incolore ?

Et pour conclure cette série...

18. **Quelle est la différence entre un examen et un concours ?**

B. Le graphe suivant représente la courbe C représentative de la fonction f et deux droites D_1 et D_2 . Les réponses aux questions de cette partie se feront par lecture graphique.



1. Déterminer l'équation de la droite D_2 .
2. Déterminer le ou les antécédents de 2 par f .
3. Déterminer l'image de 2 par f .
4. Déterminer la ou les solutions de l'équation $f(x) = 0$.
5. Que représente la droite D_1 pour C ?
6. Déterminer la valeur de $f'(3)$.
7. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

C. Dans un plan muni d'un repère orthonormal, on considère deux points A et B, de coordonnées respectives (x_A, y_A) et (x_B, y_B) .

1. Retrouver l'équation de la droite du plan qui passe par les points A et B.
2. Rappeler les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} .
3. Rappeler l'expression de la norme du vecteur \overrightarrow{AB} en fonction des coordonnées des deux points A et B.

D. Représenter l'allure des graphes des fonctions suivantes **en précisant les coordonnées du ou des points particuliers** :

1. a) $x \mapsto f(x) = ax + b$, avec a et b deux paramètres réels strictement positifs.
 b) $i \mapsto u(i) = E - ri$, avec E et r deux paramètres physiques strictement positifs.
2. a) $x \mapsto f(x) = ax^2 + b$, avec a et b deux paramètres réels strictement positifs.
 b) $x \mapsto z(x) = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x$ sur \mathbf{R}^+ , avec g et v_0 deux paramètres physiques strictement positifs et α un angle compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$ strictement.
3. $x \mapsto f(x) = \sqrt{x}$
4. $x \mapsto f(x) = \ln x$
5. a) $x \mapsto f(x) = \exp(x)$
 b) $t \mapsto A(t) = A_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ sur \mathbf{R}^+ , avec A_0 et τ deux paramètres strictement positifs.
6. a) $x \mapsto f(x) = \frac{1}{x}$
 b) $i \mapsto u(i) = \frac{P_{max}}{i}$, avec P_{max} un paramètre physique strictement positif.
7. a) $x \mapsto f(x) = \cos x$
 b) $\theta \mapsto f(\theta) = \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$
 c) $t \mapsto e(t) = E_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{3}\right)$, avec E_m et T deux paramètres physiques strictement positifs.

E. Techniques de calcul :

1. Développer et réduire : $A = (x - 2)(x + 3)(x - 4)$; $B = (2t + 5)^2 + (t - 3)^2$
2. Factoriser : $C = 1 - 2x - (2 + x)(4 - 8x)$; $D = 9u^2 - 16$
3. Simplifier (sans calculatrice : on laissera apparents les calculs intermédiaires) :

$$E = \frac{5040}{4752} ; F = \frac{5 - 10x}{1 - 4x^2} ; G = \frac{\frac{6x - 3}{2x + 8}}{x^2 - 16}$$

$$H = \sqrt{\frac{1000 \times (200)^2}{900 \cdot 10^3}} ; I = \left(\frac{2 \cdot 10^5 \times (2 \cdot 10^{-3})^3}{10^4}\right)^{\frac{1}{4}}$$

F. Résoudre les équations suivantes :

1. $ax + b = 0$ d'inconnue réelle x avec a un réel non nul et b un réel quelconque.
2. $x^2 = a$ d'inconnue réelle x avec a un réel strictement positif.
3. $2x^2 - x = 0$ d'inconnue réelle x .
4. $t^2 - 6t + 9 = 0$ d'inconnue réelle t .
5. $9x + 4x^2 - 8 = 0$ d'inconnue réelle x .

6. $z^2 + z + 1 = 0$ d'inconnue complexe z .
7. $z^2 + \omega^2 = 0$ d'inconnue complexe z avec ω un paramètre physique strictement positif.
8. $x + \sqrt{x} - 1 = 0$ d'inconnue réelle positive x .
9. $\ln(2x + 1) - \ln(x) = \ln(3)$ d'inconnue réelle strictement positive x .
10. $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ d'inconnue réelle strictement positive R avec R_1 et R_2 deux paramètres physiques non nuls.

G. Résoudre les systèmes d'équations suivants :

1.
$$\begin{cases} -2i_1 + 3i_2 = 5\eta \\ i_1 + 2i_2 = \eta \end{cases}$$
, d'inconnues i_1 et i_2 , et de paramètre physique η .
2.
$$\begin{cases} W + Q_1 - Q_2 = 0 \\ S_c + \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0 \\ K = \frac{Q_2}{Q_1} \end{cases}$$
, d'inconnues Q_1 , Q_2 et S_c , et de paramètres physiques W , K , T_1 et T_2 . On précise que Q_1 , Q_2 , T_1 et T_2 sont non nuls et que $K \neq 1$.

H. Expressions de Volumes / Aires / Périmètres

1. Rappeler l'expression de l'aire d'un triangle quelconque en fonction d'une hauteur h et de sa base B associée, après les avoir définies. Justifier simplement à l'aide d'un schéma.
2. Rappeler l'expression du périmètre d'un cercle en fonction de son rayon R ou de son diamètre D .
3. Rappeler l'expression de l'aire d'un disque en fonction de son rayon R ou de son diamètre D .
4. Rappeler l'expression de la surface d'une sphère en fonction de son rayon R ou de son diamètre D .
5. Rappeler l'expression du volume d'une boule en fonction de son rayon R ou de son diamètre D .

I. Convertir, à l'aide des puissances de 10 (interdiction formelle d'utiliser les "tableaux de conversions") :

- | | |
|-------------------------------------|--|
| 1. $1 \mu\text{m}$ en cm | 6. 36 km.h^{-1} en m.s^{-1} |
| 2. 1 cm^2 en m^2 | 7. $1 \mu\text{S.cm}^{-1}$ en S.m^{-1} |
| 3. 1 mL en mm^3 | 8. 1 t.m^{-3} en g.cm^{-3} |
| 4. 1 MJ en nJ | 9. $60 \text{ J.min}^{-1}.\text{cm}^{-2}$ en W.m^{-2} |
| 5. 1 pg en dg | 10. 1 q.ha^{-1} en kg.m^{-2} ($\text{q} = \text{quintal}$; $\text{ha} = \text{hectare}$) |